

Розв'язки завдань
II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії
2014–2015 н. р.
10 клас

Час виконання завдань – **3 години**
Максимальна кількість балів – **50**

1. **Зайвий об'єкт.** Церера, Калісто, Іда, Гаспра, Веста. Вкажіть «зайву» в цьому списку. Відповідь обґрунтуйте. **(2 бали)**

Розв'язання: Калісто – супутник Юпітера; решта – астероїди.

2. **Вечеря при свічках.** На орбітальній станції космонавти вирішили відсвяткувати настання Нового року вечерею при свічках. Відомо, що на Землі свічка згоряє за 3 години. Скільки часу вона горітиме на станції? Відповідь обґрунтуйте. **(3 бали)**

Розв'язання: вона не горітиме зовсім, оскільки через відсутність вагового тиску не відбуватиметься конвекція повітря.

3. **Подвійна зоря.** Компоненти подвійної зорі Кастор (α Близнят) мають видимі зоряні величини $1^m,99$ і $2^m,85$. Обчисліть видиму зоряну величину Кастора. **(6 балів)**

Розв'язання: $m_1 = 1,99$; $m_2 = 1,99$.

За формулою Погсона маємо: $E_1 = 2,512^{-m_1} = 2,512^{-1,99} \approx 0,16$;

$$E_2 = 2,512^{-m_2} = 2,512^{-2,85} \approx 0,07.$$

$$E = E_1 + E_2 = 0,23$$

$$E = 2,512^{-m}$$

$$\lg E = \lg 2,512^{-m}$$

$$\lg 0,23 = -0,4m; m \approx 1,6.$$

4. **Поезія.** Знайдіть перигелійну й афелійну відстані, сидеричний і синодичний періоди, а також колову швидкість малої планети Поезії, якщо велика піввісь її орбіти 3,12 а.о., ексцентриситет 0,144. **(9 балів)**

Розв'язання:

стандартне використання «спрощеного» III-ого закону Кеплера:

$$T = a\sqrt{a} = 3,12\sqrt{3,12} \approx 5,51 \text{ (років)}; S = \frac{T-1}{T} \approx 0,82 \text{ (років)}.$$

$$R_{\text{п}} = a(1-e) \approx 2,67 \text{ (а.о.)};$$

$$R_{\text{А}} = 2a - R_{\text{п}} = 3,57 \text{ (а.о.)}.$$

$$V = \frac{2\pi a}{T} \approx 3,56 \text{ (а.о./рік)}.$$

5. **Білий карлик.** У 1751 році французький астроном Ніколя Луї де Лакай вивчав популяцію білих карликів в кулястому скупченні NGC 6397, що в сузір'ї Жертовника. Один із білих карликів популяції має такі параметри:

Радіус зорі, км	6000
Ефективна температура, К	10000
Маса зорі, кг	$1,99 \cdot 10^{30}$

Припустимо, що цей об'єкт пролітає крізь скупчення кометних ядер, кожне з яких має радіус 1 км і густину $1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Скільки кометних ядер повинно впасти за добу на поверхню білого карлика, щоб його **світність** зроста удвічі? Стала Стефана-Больцмана дорівнює $5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$. **(20 балів)**

Розв'язання:

➤ Світність білого карлика розраховуємо за законом Стефана–Больцмана:

$$L = 4\pi\sigma R^2 T^4 = 2,56 \cdot 10^{23} \text{ Вт.}$$

➤ Упродовж доби буде виділено енергії $E = Lt = 2,21 \cdot 10^{28} \text{ Дж.}$

➤ Маса одного кометного ядра $m = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = 4,19 \cdot 10^{12} \text{ кг.}$

➤ При падінні кожного такого ядра на поверхню карлика вивільняється енергія

$$E_n = G \frac{Mm}{R} = 9,2 \cdot 10^{25} \text{ Дж.}$$

➤ Отже, щоб ядра забезпечили зростання світності карлика удвічі, вони повинні щодоби падати у кількості $n = \frac{E}{E_n} \approx 240$.

6. **Практичне завдання** (для виконання роботи необхідна рухома карта зоряного неба).

❖ Яка зоря і якого сузір'я перебуває сьогодні об 11 год. 30 хв. у зеніті? **(1 бал)**

❖ Визначте екваторіальні координати цієї зорі. **(2 бали)**

❖ Чи перебуває Сонце у цьому сузір'ї? Якщо так, то оцініть, скільки часу це триває? **(1 бал)**

❖ Упродовж якого часу це сузір'я можна спостерігати на нашій широті? **(3 бали)**

❖ Які цікаві астрономічні об'єкти перебувають у цьому та сусідніх сузір'ях? **(3 бали)**

Розв'язки завдань
II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії
2014–2015 н. р.
11 клас

Час виконання завдань – **3 години**
Максимальна кількість балів – **50**

1. **Зайвий об'єкт.** Терези, Котяче Око, Пісковий Годинник, Розетка, Слимак. Вкажіть «зайвого» у цьому списку. Відповідь обґрунтуйте. **(2 бали)**
Розв'язання: Терези – сузір'я, решта – туманності.

2. **Допоможіть мандрівникові.** Мандрівник випадково опинився в одній з полярних зон Землі. Погода вночі ясна, але він не знає зоряного неба. Як йому дізнатись про те, у якій півкулі Землі – північній чи південній – він перебуває? **(3 бали)**
Розв'язання: це можна зробити, спостерігаючи протягом певного часу за рухом певного небесного світила. Для мандрівника у північній півкулі Землі небесна сфера «обертатиметься» за годинниковою стрілкою, у південній – це обертання здається протилежним. Найбільш наочно це явище спостерігається у полярних зонах.

3. **Потрійна система.** Обчисліть видиму зоряну величину компонентів потрійної зорі, якщо її візуальний блиск $3^m,70$, другий компонент яскравіший від третього у 2,8 разів, а перший яскравіший від третього на $3^m,32$. **(8 балів)**
Розв'язання: $m = 3,7$; $E_2 = 2,8E_3$; $m_3 - m_1 = 3,32$ (менш яскравий компонент має більшу видиму зоряну величину).

За формулою Погсона маємо:

$$E = 2,512^{-m} = 2,512^{-3,7} \approx 0,033;$$

$$\frac{E_1}{E_3} = 2,512^{m_3 - m_1} = 2,512^{3,32} \approx 21,28; E_1 = 21,28E_3.$$

$$E = E_1 + E_2 + E_3 = 21,28E_3 + 2,8E_3 + E_3 = 25,08E_3; E_3 \approx 0,001.$$

$$E_3 = 2,512^{-m_3}; \lg E_3 = \lg 2,512^{-m_3}; \lg 0,001 = -0,4m_3; m_3 \approx 7,5;$$

$$m_1 = m_3 - 3,32 = 4,18.$$

$$\frac{E_2}{E_3} = 2,512^{m_3 - m_2}; 2,8 = 2,512^{7,5 - m_2}; 7,5 - m_2 = \frac{\lg 2,8}{0,4}; m_2 \approx 6,4.$$

4. **Титан і Титанія.** Супутник Сатурна Титан обертається навколо планети з періодом 15,945 доби й перебуває від неї на середній відстані $1,222 \cdot 10^6$ км. Супутник Урана Титанія здійснює обертання навколо планети з періодом 8 днів 16,82 год. на середній відстані від неї $4,39 \cdot 10^5$ км. Визначте, у скільки разів маса Сатурна більша за масу Урана. **(7 балів)**

Розв'язання: стандартне використання узагальненого III-ого закону

Кеплера: $\frac{T_1^2 (M_1 + m_1)}{T_2^2 (M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$; з урахуванням $m_1 \ll M_1$ і $m_2 \ll M_2$, отримаємо:

$$\frac{T_1^2 M_1}{T_2^2 M_2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}, \quad \frac{M_1}{M_2} = \frac{T_2^2 a_1^3}{T_1^2 a_2^3}.$$

5. **Білий карлик.** У 1751 році французький астроном Ніколя Луї де Лакай вивчав популяцію білих карликів в кулястому скупченні NGC 6397, що в сузір'ї Жертовника. Один із білих карликів популяції має такі параметри:

Радіус зорі, км	6000
Ефективна температура, К	10000
Маса зорі, кг	$1,99 \cdot 10^{30}$

Припустимо, що цей об'єкт пролітає крізь скупчення кометних ядер, кожне з яких має радіус 1 км і густину $1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Скільки кометних ядер повинно впасти за добу на поверхню білого карлика, щоб його світність зросла на 100%? Чи вистачить цієї кількості ядер, щоб об'єкт вибухнув як Наднова типу 1a? Стала Стефана-Больцмана дорівнює $5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$. Маса Сонця $M_{\odot} \approx 2 \cdot 10^{30}$ кг.

(20 балів)

Розв'язання:

- Див. розв'язання задачі № 5 для 10 кл.
- Білий карлик вибухне як наднова типу 1a лише тоді, коли його маса досягне межі Чандрасекара, тобто $\approx 1,4M_{\odot}$. З умови задачі випливає, що білий карлик вже має масу, яка приблизно дорівнює сонячній. Однак маса 240 кометних ядер становить $1005,6 \cdot 10^{12}$ кг, що набагато менше, ніж $0,4M_{\odot}$ (маса, якої «не вистачає» карлику, щоб вибухнути). Отже, впродовж однієї доби спалаху Наднової не варто очікувати.

6. **Практичне завдання** (для виконання роботи необхідна рухома карта зоряного неба).

- ❖ Яка зоря і якого сузір'я перебуває сьогодні об 11 год. 30 хв. у зеніті? **(1 бал)**
- ❖ Визначте екваторіальні координати цієї зорі. **(2 бали)**
- ❖ Чи перебуває Сонце у цьому сузір'ї? Якщо так, то оцініть, скільки часу це триває? **(1 бал)**
- ❖ Упродовж якого часу це сузір'я можна спостерігати на нашій широті? **(3 бали)**
- ❖ Які цікаві астрономічні об'єкти перебувають у цьому та сусідніх сузір'ях? **(3 бали)**